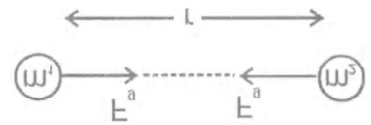


गुरुत्वाकर्षण (GRAVITATION)

- ☞ गुरुत्वाकर्षण न्यूटन का नियम :
 किन्दी दो बिन्दु द्रवरुमान के बीच गुरुत्वीय आकर्षण बल

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \text{ और इसकी दिशा आकर्षण की होगी।}$$



- ☞ (1) पर (2) के द्वारा लगाया गया गुरुत्वीय बल, सदिश रूप में

$$\vec{F}_{12} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{r}_{12} \text{ ++}$$

- ☞ गुरुत्वीय क्षेत्र: इकाई द्रव्यमान के ऊपर लगने वाला गुरुत्वीय बल

$$g = \frac{F}{m}$$

- ☞ गुरुत्वीय विभव: इकाई द्रव्यमान की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा

$$V_g = \frac{U}{m} \Rightarrow g = -\frac{dV_g}{dr} \text{ तथा } V_B - V_A = -\int_A^B \vec{g} \cdot d\vec{r}$$

- (i) बिन्दु द्रव्यमान के लिये :

$$g = \frac{GM}{r^2}, V = -\frac{GM}{r}$$

- (iii) वृत्तीय वलय के लिए

$$g = \frac{GMx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

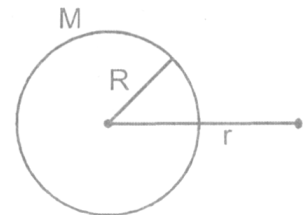
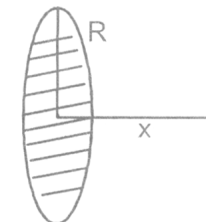
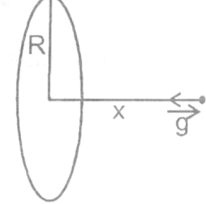
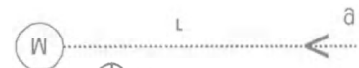
- (iii) पतली वृत्तीय चकती के लिये

$$g = \frac{2GM}{R^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2}} \right)$$

$$V = \frac{-2GM}{R^2} \left(\sqrt{R^2 + x^2} - x \right)$$

- (iv) एक समान पतली गोलीय कोश के लिये:

$$g_{out} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow g_{surface} = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow g_{in} = 0$$



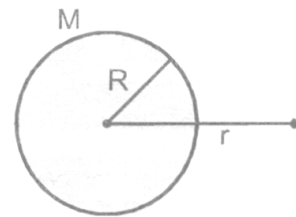
- ☞ विभव (Potential)

$$V_{out} = -\frac{GM}{r} \Rightarrow V_{surface} = -\frac{GM}{R} \Rightarrow V_{in} = -\frac{GM}{R}$$

- (v) एक समान ठोस गोला : (महत्त्वपूर्ण)

$$g_{out} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow g_{surface} = \frac{GM}{R^2}$$

$$g_{in} = \frac{GM}{r^3} r \Rightarrow g_{surface} = 0$$



विभव (Potential) $V_{\text{out}} = -\frac{GM}{r} \Rightarrow V_{\text{in}} = -\frac{GM}{2R^3}(3R^2 - r^2)$
 $V_{\text{surface}} = -\frac{GM}{R} \Rightarrow V_{\text{centre}} = -\frac{3}{2} \frac{GM}{R}$

स्व-ऊर्जा (Self energy):

खाली गोले की स्व-ऊर्जा (Self energy) $= U_{\text{self}} = -\frac{1}{2} \frac{GM^2}{R}$

एक समान गोले की गुरुत्वीय स्व-ऊर्जा $= U_{\text{self}} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$

पृथ्वी की सतह से पलायन वेग

$V_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R}} = 11.2 \text{ km/sec}$,

यदि एक उपग्रह पृथ्वी के चारों ओर वृत्तीय पथ पर घूम रहा है तक इसकी कक्षीय चाल है।

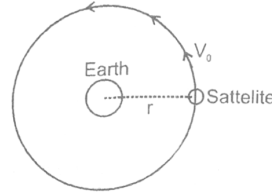
$V_0 = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$

जहाँ r , पृथ्वी के केन्द्र से उपग्रह की दूरी है।

उपग्रह की स्थितिज ऊर्जा $= -\frac{GM_e m}{r}$

उपग्रह की गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{GM_e m}{2r}$

उपग्रह की कुल ऊर्जा $= -\frac{GM_e m}{2r}$



उपग्रह का कालान्तर (Time period) = 24 hours

केपलर के नियम **kapler's laws** :-

(i) कक्षीय नियम : यदि कोई ग्रह सूर्य के चारों ओर चक्कर काटता है, तब इसका पथ दीर्घवृत्ताकार होता है या वृत्ताकार होता है।

(iii) क्षेत्रफल के नियम :

View (i) यदि कोई ग्रह सूर्य के चारों ओर चक्कर काटता है, तो ग्रह का कोणीय संवेग संरक्षित रहता है।

View (ii) सूर्य तथा ग्रह का त्रिज्य सदिश नीयत दर से क्षेत्रफल अंतरित करता है।

Areal velocity $= \frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m} = \text{constant}$

(iii) सूर्य के सभी ग्रहों के लिये

$T^2 \propto R^3 \Rightarrow T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s} \right) R^3$

गुरुत्व के कारण त्वरण में परीवर्तन

1. ऊँचाई का प्रभाव : $g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} = g \left(1 + \frac{h}{R_e} \right)^{-2} \approx g \left(1 - \frac{2h}{R_e} \right)$ when $h \ll R_e$.

2. गहराई का प्रभाव $g_d = g \left(1 - \frac{d}{R_e} \right)$

3. पृथ्वी की सतह का प्रभाव

अक्षीय त्रिज्या ध्रुवीय त्रिज्या से लगभग 21 km बड़ी होती है।

हम जानते हैं। $g = \frac{GM_e}{R_e^2}$ अत $g_{\text{pole}} > g_{\text{equator}}$

4. पृथ्वी के घूर्णन का प्रभाव

माना m द्रव्यमान का कण अक्षांक θ पर है। $g' = g - \omega^2 R_e \cos^2 \theta$

ध्रुवों पर $\theta = 90^\circ \Rightarrow g_{\text{pole}} = g$, At equator $\theta = 0$

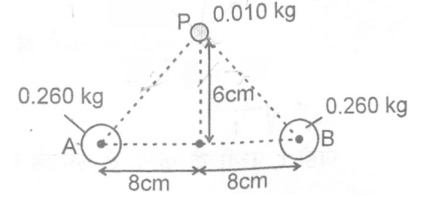
$\Rightarrow g_{\text{equator}} = g - \omega^2 R_e$. Hence $g_{\text{pole}} > g_{\text{equator}}$

Exercise # 1

PART - I : SUBJECTIVE QUESTION

SECTION (A) : गुरुत्वाकर्षण का सार्वत्रिक नियम (UNIVERSAL LAW OF GRAVITATION)

- A1. सामान्य आदमी के दिमाग का द्रव्यमान 1.4 kg है। पूर्ण चन्द्रमा ऐसे किसी दिमाग पर कितना बल लहा रहा होता अगर यह दिमाग के केन्द्र से 378000 km की दूरी हो ? (चन्द्रमा का द्रव्यमान 7.34×10^{22} kg)
- A2. एक ही पदार्थ एवं समान त्रिज्या के दो समांग छोस गोले (द्रव्यमान एक समान वितरित) एक दूसरे को स्पर्श कर रहे है। अगर घनत्व 'ρ' है तो उनके बीच गुरुत्वाकर्षण बल कितना होगा ।
- A3. दो एकसमांग गोले प्रत्येक का द्रव्यमान 0.260 kg है, चित्रानुसार बिन्दु 'A' और 'B' पर जड़वत् है। 0.010 kg द्रव्यमान के गोले का प्रारम्भिक त्वरण का परिमाण एवम् दिशा क्या होगी अगर इसे विराम से बिन्दु 'P' से छोडा जाता है और इस पर केवल गोले 'A' तथा 'B' के कारण गुरुत्वीय आकर्षण बल लगता है।

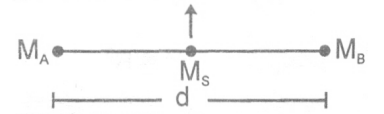


SECTION (B) : गुरुत्वीय क्षेत्र एवं विभव (GRAVITATIONAL FIELD AND POTENTIAL)

- B1. किसी क्षेत्र में गुरुत्वीय विभव का मान $V=(20x+40y)$ J/kg द्वारा प्रदर्शित किया जाता है, एक बिन्दु जिसके निर्देशांक (2,4) है। पर गुरुत्वीय क्षेत्र की गणना (न्यूटन/ kg में) में कीजिए। अगर 0.250 kg का कण बिन्दु (2,4) पर रखा है। तो इस पर लगने वाले गुरुत्वीय बल के परिमाण की गणना कीजिए।
- B2. पृथ्वी की त्रिज्या 6.4×10^6 मीटर तथा माध्य घनत्व 5.5×10^3 kg/m³ है। पृथ्वी की सतह पर गुरुत्वीय विभव की गणना कीजिए।

SECTION (C) : गुरुत्वीय विभव ऊर्जा तथा स्व-ऊर्जा (GRAVITATIONAL POTENTIAL ENERGY AND SELF ENERGY)

- C1. एक समान द्रव्यमान के दो उपग्रहों A तथा B को पृथ्वी के केन्द्र से वृत्तीय कक्षा में भेजा जाता है। उपग्रह 'A' को 6400 km तथा B को 19200 km की ऊँचाई की कक्षा में भेजा जाता है। पृथ्वी की त्रिज्या 6400 km है। ज्ञात करो
 (a) स्थितिज ऊर्जा का अनुपात ।
 (b) गतिज ऊर्जा का अनुपात
 (c) इनमें से कुल ऊर्जा किसकी अधिक होगी।
- C2. एक वस्तु जो प्रारम्भ में R त्रिज्या की पृथ्वी की सतह से R ऊँचाई पर विरामावस्था में राखी है तथा मुक्त रूप से पृथ्वी की ओर गिरती है। पृथ्वी की सतह पर पहुँचने पर इसका वेग का मान बताइये ? $g =$ पृथ्वी की सतह पर पृथ्वी के गुरुत्व के कारण गुरुत्वीय त्वरण।
- C3. दो वस्तुएँ A और B एक दूसरे से d दूरी पर जड़वत् है। अगर A का द्रव्यमान M_A तथा B का द्रव्यमान M_B है तो उपग्रह जिसका द्रव्यमान M_S है, को दोनों उपग्रहों के मध्य बिन्दु से अनन्त की ओर प्रक्षेपित करने के लिये आवश्यक न्यूनतम वेग ज्ञात करो।



SECTION (D) : उपग्रहों के लिये कैपलर का नियम, कक्षीय चाल एवम् पलायन वेग (KEPLER'S LAW FOR SATELLITES, ORBITAL SPEED AND ESCAPE SPEED)

- D1. न्यूनतम देशान्तर की (लगभग) गणना कीजिए जिसके लिये एक भूस्थायी उपग्रह के संकेत मिल सके।
- D2. एक उपग्रह को r त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में तथा दूसरे उपग्रह को 1.01 r त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में स्थापित किया जाता है। द्वितीय उपग्रह का आवर्तकाल प्रथम उपग्रह के मुकाबले कितने प्रतिशत अधिक होगा
- D3. दो एक समान तारे जिनका द्रव्यमान M है उनके द्रव्यमान केन्द्र के परितः चक्कर काट रहे है। प्रत्येक कक्ष वृत्तीय है तथा त्रिज्या R है तथा दोनों तारे हमेशा व्यास के विपरीत दशा में रहते है।
 (a) एक तारे का दूसरे तारे पर गुरुत्वीय बल क्या होगा ?
 (b) प्रत्येक तारे की कक्षीय चाल तथा कक्षक का आवर्तकाल क्या होगा ?
 (c) दोनों उभनिष्ठ कोणीय चाल क्या होगी ?
 (d) दोनों तारे को अनन्त तक अलग करने के लिये आवश्यक न्यूनतम-ऊर्जा।
 (e) यदि एक उल्का पिण्ड इनके कक्षीय तल के लम्बवत् तथा द्रव्यमान केन्द्र से गुजरता है तो उस बिन्दु पर चाल कितनी अधिक होनी चाहिए, ताकि यह सारे युग्म से अनन्त पर पलायन कर सके।

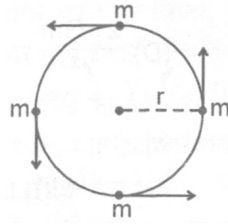
SECTION (E) : पृथ्वी तथा अन्य ग्रहों का गुरुत्वीय क्षेत्र (THE EARTH AND OTHER PLANETS GRAVITY)

- E1. पृथ्वी की सतह से पृथ्वी की त्रिज्या की $(1/20)$ वी ऊँचाई पर स्थित बिन्दु पर गुरुत्वीय त्वरण 9 m/s^2 है। सतह से इतनी ही गहराई पर स्थित बिन्दु पर त्वरण का लगभग मान ज्ञात कीजिए।
- E2. अगर किसी लोलक का भूमध्य रेखा पर आवर्तकाल ठीक (exactly) 1.00 सैकण्ड है तो दक्षिण ध्रुव पर इसका आवर्तकाल क्या होगा ? यह मानिए कि पृथ्वी गोल है तथा पृथ्वी के घूर्णन प्रभाव को लिया गया है।

PART – II : OBJECTIVE QUESTIONS

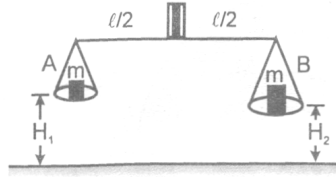
SECTION (A) : गुरुत्वाकर्षण का सार्वत्रिक नियम (UNIVERSAL LAW OF GRAVITATION)

- A1. m द्रव्यमान के चार एक समान कण एक-दूसरे के गुरुत्वीय प्रभाव में r त्रिज्या के वृत्त में एक ही दिशा में चक्कर काट रहे हैं। कण का वेग हो-



- (A) $\left[\frac{GM}{r} \left(\frac{1+2\sqrt{2}}{4} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$ (B) $\sqrt[3]{\frac{Gm}{r}}$ (C) $\sqrt{\frac{Gm}{r} (1+2\sqrt{2})}$ (D) $\left[\frac{1}{2} \frac{Gm}{r} \left(\frac{1+\sqrt{2}}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$

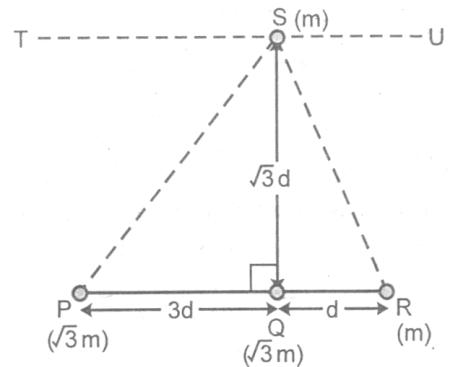
- A2. दो m द्रव्यमान के गोलों को एक तुला पर रखा जाता है। तुला के एक भाग A की ऊँचाई H_1 तथा B की ऊँचाई H_2 है तो तुला को जोड़ने वाली छड़ पर लगने वाला कुल बलाघूर्ण क्या होगा ? (छड़ की लम्बाई ℓ है तथा $H_1, H_2 \ll R$) ($H_1 > H_2$)



- (A) $mg \left(\frac{1-2H_1}{R} \right) \ell$ (B) $\frac{mg}{R} (H_1 - H_2) \ell$ (C) $\frac{2mg}{R} (H_1 + H_2) \ell$ (D) $2mg \frac{H_2 H_1}{H_1 + H_2} \ell$

- A3. तीन कणों P, Q तथा R को चित्रानुसार रखा जाता है। P, Q तथा R के द्रव्यमान क्रमशः $\sqrt{3}m$, $\sqrt{3}m$ तथा m है। चौथे कण 'S' जिसका द्रव्यमान m है, पर लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल का मान क्या होगा ?

- (A) $\frac{\sqrt{3}GM^2}{2d^2}$ केवल ST दिशा में
 (B) $\frac{\sqrt{3}GM^2}{2d^2}$ एसQ की दिशा में तथा $\frac{\sqrt{3}GM^2}{2d^2}$ SUकी दिशा में
 (C) $\frac{\sqrt{3}GM^2}{2d^2}$ केवल SQ की दिशा में
 (D) $\frac{\sqrt{3}GM^2}{2d^2}$ SQ की दिशा में तथा $\frac{\sqrt{3}GM^2}{2d^2}$ ST की दिशा में

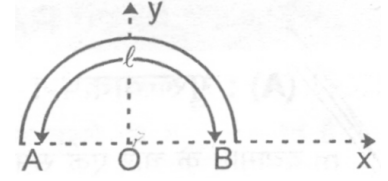


SECTION (B): गुरुत्वीय क्षेत्र तथा विभव (GRAVITATIONAL FIELD AND POTENTIAL)

B1. माना कि स्थान में गुरुत्वीय क्षेत्र का मान $E = -(k/r)$ द्वारा दिया जाता है। अगर मानक बिन्दु d_i पर है जहाँ विभव V_i है तो विभव का सम्बन्ध निम्न प्रकार दिया जाएगा –

(A) $V = k \log \frac{1}{V_i} + o$ (B) $V = k \log \frac{r}{d_i} + V_i$ (C) $V = \log \frac{r}{d_i} + kV_i$ (D) $V = \log \frac{r}{d_i} + \frac{V_i}{k}$

B2. m द्रव्यमान एवम् ℓ लम्बाई के पतले तार AB से बने अर्द्धवृत्त के केन्द्र पर गुरुत्वीय क्षेत्र का मान क्या होगा:



(A) $\frac{Gm}{\ell^2}$ धनात्मक x अक्ष की दिशा (B) $\frac{Gm}{\pi \ell^2}$ धनात्मक y अक्ष की दिशा में
 (C) $\frac{2\pi Gm}{\ell^2}$ धनात्मक x अक्ष की दिशा में (D) $\frac{2\pi Gm}{\ell^2}$ धनात्मक y अक्ष की दिशा में

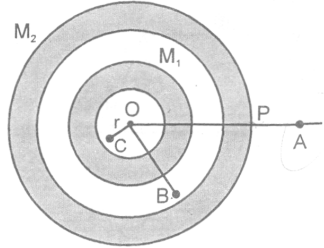
B3. (0,0) बिन्दु से बहुत अधिक संख्या में समान द्रव्यमान m के कणों को क्षैतिज दूरी 1 मीटर 2 मीटर 4 मीटर 8 मीटर.... पर इसी प्रकार रखते हैं, तो बिन्दु (0,0) पर कुल गुरुत्वीय विभव क्या होगा :

(A) $-8Gm$ (B) $-3Gm$ (C) $-4Gm$ (D) $-2Gm$

B4. एक समान सतह घनत्व वाले दो गोलीय कोशों के केन्द्र पर गुरुत्वीय विभव 3 : 4 के अनुपात में है। अगर दोनों गोलीय कोशों को मिलाकर एक नया कोश बनाते हैं जिस पर सतह घनत्व समान रहे तो नये कोश के आंतरिक बिन्दु पर तथा कोश A के विभव का अनुपात है—

(A) 3 : 2 (B) 4 : 3 (C) 5 : 3 (D) 3 : 5

B5. एक समान घनत्व के दो संकेन्द्रीय गोले जिनका द्रव्यमान M_1 तथा M_2 है चित्र में दिखाए गए है। A, B तथा C स्थितियों पर रखे m द्रव्यमान के कण पर लगने वाला बल का मान क्रमशः होगा – (दिया है $OA=p$, $OB=q$ तथा $OC=r$)



(A) शून्य, $G \frac{M_1 m}{q^2}$ और $G \frac{(M_1 + M_2)m}{p^2}$ (B) $G \frac{(M_1 + M_2)m}{p^2}$, $G \frac{(M_1 + M_2)m}{p^q}$ और $G \frac{M_1}{r^2}$
 (C) $G \frac{M_1 m}{q^2}$, $G \frac{(M_1 + M_2)m}{p^2}$, $G \frac{M_1 m}{q^2}$ और शून्य (D) $G \frac{(M_1 + M_2)m}{p^2}$, $G \frac{M_1 m}{q^2}$ और शून्य

SECTION (C) : गुरुत्वीय विभव ऊर्जा व स्व-ऊर्जा (GRAVITATIONAL POTENTIAL ENERGY AND SELF ENERGY)

C1. M द्रव्यमान एवं R त्रिज्या की पृथ्वी के केन्द्र से R_0 दूरी पर स्थित एक वस्तु विरामावस्था सु शुरु होती है। वस्तु द्वारा प्राप्त वेग की गणना करो जब यह पृथ्वी की सतह पर पहुंचती है।

(A) $GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right)$ (B) $2GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right)$ (C) $\sqrt{GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right)}$ (D) $2GM \sqrt{\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right)}$

C2. तीन एक समान द्रव्यमान 'm' समबाहु त्रिभुज जिसका भुजा 'a' है के तीन कोनों पर रखे है—

(a) अगर एक चौथा कण त्रिभुज के केन्द्र पर रख दिया जाय तो इस पर कुल बल का मान होगा –

(A) $\frac{Gm^2}{a^2}$ (B) $\frac{4Gm^2}{3a^2}$ (C) $\frac{3Gm^2}{a^2}$ (D) zero शून्य

(b) अगर उपरोक्त प्रश्न में चौथा कण त्रिभुज के मध्य बिन्दु पर दिया जाए तो इस पर कुल बल होगा—

(A) $\frac{Gm^2}{a^2}$ (B) $\frac{4Gm^2}{3a^2}$ (C) $\frac{3Gm^2}{a^2}$ (D) zero शून्य

(c) अगर उपरोक्त प्रश्न में a भुजा वाले समबाहु त्रिभुज भुजा को $2a$ कर दे, तो निकाय पर किया गया कार्य होगा :

(A) $\frac{3Gm^2}{a}$ (B) $\frac{3Gm^2}{2a}$ (C) $\frac{4Gm^2}{3a}$ (D) $\frac{Gm^2}{a}$

(d) अगर उपरोक्त प्रश्न में तीसरे कण को छोड़ दिया जाये तथा अन्य कणों को स्थिर रखा जाए तो तीसरे कण की चाल तब क्या होगी, जब यह इनको जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु से गुजरता है—

(A) $\sqrt{\frac{2Gm}{a}}$ (B) $2\sqrt{\frac{Gm}{a}}$ (C) $\sqrt{\frac{Gm}{a}}$ (D) $\sqrt{\frac{Gm}{2a}}$

C3*. किसी कक्षा में चक्कर काटते हुए उपग्रह की गर कक्षा की त्रिज्या को घटा दिया जाय तो

- (A) इसकी गतिज ऊर्जा घटेगी (B) इसकी स्थिति ऊर्जा घटेगी।
 (C) इसकी यांत्रिक ऊर्जा घटेगी (D) इसकी चाल घटेगी।

**SECTION (D) : उपग्रह के लिये कैपलर का नियम, कक्षीय वेग और पलायन वेग
 (KEPLER'S LAW FOR SATELLITES, ORBITAL VELOCITY AND ESCAPE VELOCITY)**

D1. पृथ्वी के चारो ओर चक्कर काट रहे उपग्रह का आवर्तकाल है – (ρ पृथ्वी का घनत्व है)

(A) $\frac{1}{\rho}$ के समानुपाती (B) $\frac{1}{\sqrt{\rho}}$ के समानुपाती (C) ρ के समानुपाती (D) ρ पर निर्भर नहीं करता है।

D2. पृथ्वी का एक कृत्रिम उपग्रह एक पैकेज छोड़ता है। अगर हवा के प्रतिरोध को नगण्य माने तो बताइये कि यह पैकेट कहाँ टकराएगा। (जहाँ से छोड़ा था उस स्थिति के सापेक्ष)

- (A) आगे (B) ठीक नीचे (C) पीछे (D); यह कभी पृथ्वी तक नहीं पहुंचेगा।

D3. R त्रिज्या की पृथ्वी की सतह से प्रक्षेपित कण का वेग kv_e है, जहाँ v_e पलायन वेग है तथा $k < 1$ है। पृथ्वी के केन्द्र से अधिकतम दूरी (ऊपर उठने की) जहाँ तक यह जा सकता है। (हवा का प्रतिरोध नगण्य मानें) –

(A) $\frac{R}{k^2 + 1}$ (B) $k^2 R$ (C) $\frac{R}{1 - k^2}$ (D) kR

D4*. एक चक्कर काटता उपग्रह पलायन कर जाएगा अगर—

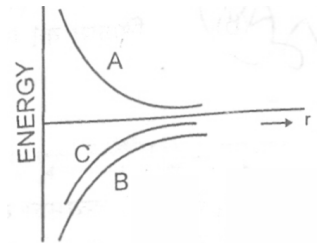
- (A) इसकी चाल को 41% बढ़ा दिया जाये (B) इसकी चाल को प्रारम्भिक चाल से $\sqrt{1.5}$ गुना बढ़ा दिया जाये।
 (C) इसकी गतिज ऊर्जा को दुगुना कर दिया जाये (D) यह कक्षा में चक्कर काटना बन्द कर दे।

D5*. पृथ्वी के नजदीक एक उपग्रह विषुवत रेखा के ऊपर 1.5 घण्टे के आवर्तकाल से चक्कर काट रहा है। अगर किसी समय विषुवत रेखा पर स्थित बिन्दु P पर है तो यह दुबारा बिन्दु P पर कितने समय बाद होगा—

- (A) 1.5 घण्टे
 (B) 1.6 घण्टे बाद अगर यह पश्चिम से पूर्व की ओर चक्कर काट रहा है।
 (C) 24/17 घण्टे बाद अगर यह पूर्व से पश्चिम की ओर चक्कर काट रहा है।
 (D) 24/17 घण्टे बाद अगर यह पश्चिम से पूर्व की ओर चक्कर काट रहा है।

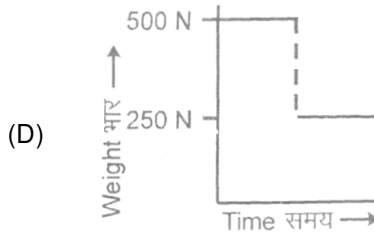
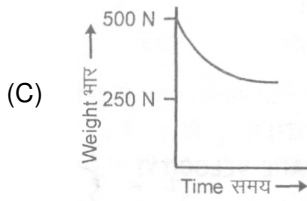
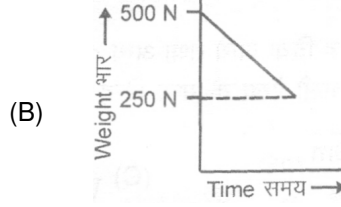
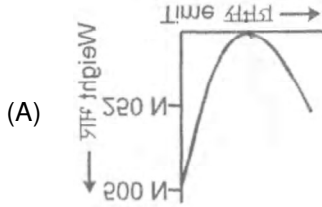
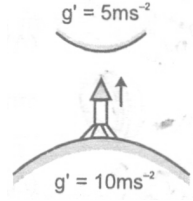
D6. वृत्ताकार कक्षा में घूमते ग्रह की ऊर्जा का कक्ष की त्रिज्या के साथ परिवर्तन चित्र में प्रदर्शित है। वक्र A, B तथा C के बारे में सत्य कथन बताओ—

- (A) A गतिज ऊर्जा को B कुल ऊर्जा को तथा C निकाय की स्थितिज ऊर्जा को बताता है।
 (B) C कुल ऊर्जा को B गतिज ऊर्जा को तथा A निकाय की स्थितिज ऊर्जा को बताता है।
 (C) C तथा A क्रमशः गतिज तथा स्थितिज ऊर्जा को तथा B निकाय की कुल ऊर्जा को बताता है।
 (D) A तथा B क्रमशः गतिज तथा स्थितिज ऊर्जा को तथा C निकाय की कुल ऊर्जा को बताता है।



SECTION (E): पृथ्वी तथा अन्य ग्रहों का गुरुत्वीय क्षेत्र (EARTH AND OTHER PLANETS GRAVITY)

E1. अगर पृथ्वी के गुरुत्व के कारण गुरुत्वीय त्वरण 10 ms^{-2} तथा हमारे सोलर निकाय में किसी अन्य ग्रह पर गुरुत्वीय त्वरण 5 ms^{-2} है। पृथ्वी पर 50 किग्रा. का आंतरिक्ष यात्री इस अन्य ग्रह पर अंतरिक्षयान में नियत चाल से जाता है। उड़ान के समय के साथ आंतरिक्षयात्री के भार को निम्न द्वारा दर्शाया जा सकता है।



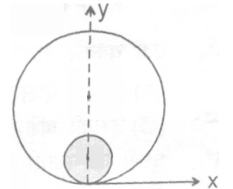
E2*. पृथ्वी की स्थिति में

- (A) केन्द्र तथा अनन्त दोनों जगह गुरुत्वीय क्षेत्र शून्य होता है।
 (B) केन्द्र अनन्त दोनों जगह गुरुत्वीय विभव शून्य होता है।
 (C) केन्द्र तथा अनन्त दोनों जगह गुरुत्वीय विभव एक समान होता है परन्तु शून्य नहीं होता है।
 (D) केन्द्र पर गुरुत्वीय विभव न्यूनतम होता है।

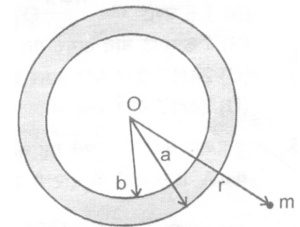
Exercise # 2

PART – I : SUBJECTIVE QUESTIONS

1. m द्रव्यमान एवं r त्रिज्या के ठोस गोले को $4m$ द्रव्यमान तथा $4r$ त्रिज्या के गोलीय कोश में रखा गया है। गुरुत्वीय क्षेत्र तीव्रता निम्न बिन्दु पर ज्ञात करे—
 (A) $r < y < 2r$ (B) $2r < y < 8r$ (C) $y > 8r$
 यहां y गोले तथा कोश के स्पर्श बिन्दु से मापा जाता है।



2. एक गोला जिसकी त्रिज्या a तथा घनत्व ρ है में एक b त्रिज्या का सकेन्द्रीय गोलीय गुहा चित्रानुसार है :
 (a) गोले द्वारा a द्रव्यमान के कण पर जो गोले के केन्द्र से r दूरी पर स्थित है पर लगाये गये गुरुत्वीय बल को F को ग्राफ द्वारा $r(0 \leq r \leq \infty)$ की परास में) के फलन के रूप में प्रदर्शित करो।
 (b) निकाय की स्थितिज ऊर्जा $u(r)$ को दूरी के साथ ग्राफ से प्रदर्शित करौं

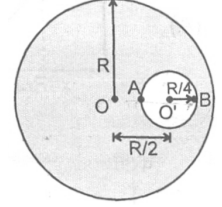


3. M_1 तथा M_2 द्रव्यमान के तारे अपने द्रव्यमान के केन्द्र के परति: वृत्तीय कक्षा में है। M_1 द्रव्यमान के तारे की कक्षीय त्रिज्या R_1 तथा M_2 द्रव्यमान के तारे की कक्षीय त्रिज्या R_2 है। (यह मानिये कि उनका द्रव्यमान केन्द्र त्वरित नहीं है।)
 (a) सिद्ध करो कि दोनों की कक्षीय त्रिज्याओं का अनुपात उनके द्रव्यमानों के अनुपात के व्युत्क्रम के बराबर है अर्थात् $R_1/R_2 = M_2/M_1$
 (b) समझाएँ कि दोनों का कक्षीय आवर्तकाल समान क्यों है तथा सिद्ध करो—

$$T = 2\pi \frac{(R_1 + R_2)^{3/2}}{\sqrt{G(M_1 + M_2)}}. \text{ (उनके बीच की दूरी नियत है।)}$$

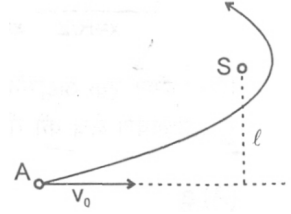
- (C) दो तारे किसी द्वि तारे (binary star) निकाय में वृत्तीय कक्षा में गति करते हैं। पहला तारा α , 1.00×10^9 km किमी. की त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में गतिमान है। दूसरा तारा β 5.00×10^8 किमी. त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में गतिमान है। उनका कक्षीय आवर्तकाल 44.5 वर्ष है। प्रत्येक तारे का द्रव्यमान क्या है ?

4. एक 'R' त्रिज्या के एवम् 'ρ' घनत्व के छोस गोले में R/4 त्रिज्या की गोलाकार गुहा चित्रानुसार उपस्थित है। बिन्दु B से एक 'm' द्रव्यमान के एक कण को विश्राम अवस्था से छोड़ा जाता है (गुहा के अन्दर) बताइये –
 (a) यह स्थिति जहाँ यह कण, छिद्र गुहा से टकराता है।
 (b) इस क्षण कण का वेग ।



5. (a) पृथ्वी की कक्षा में स्थिति (कक्षीय त्रिज्या R) लेकिन पृथ्वी से अत्यधिक दूरी किसी वस्तु की सूर्य (द्रव्यमान M_S) से पलायन चाल क्या है ?
 (b) यदि वस्तु की चाल पले से ही पृथ्वी के अक्षीय चाल के बराबर हो तो कितनी न्यूनतम अतिरिक्त चाल (A) भाग में पलायन के लिये देनी होगी ?

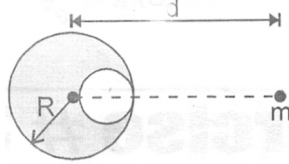
6. एक नक्षत्रीय वस्तु A, सूर्य की तरफ v_0 वेग से (सूर्य से अत्यधिक दूरी पर) गतिमान है तथा निशाना सदिश (aiming parameter) l है, जो कि सदिश v_0 की सूर्य के केन्द्र से लम्बवत् दूरी l है। (चित्र) वस्तु की सूर्य की नजदीक की दूरी न्यूनतम दूरी ज्ञात करो ।
 (सूर्य का द्रव्यमान = M_S)



7. किसी क्षेत्र में गुरुत्वीय क्षेत्र $\vec{E} = (3\hat{i} - 4\hat{j})$ N/kg द्वारा व्यक्त किया जाता है। 1 kg द्रव्यमान के एक कण को रेखा $4y = 3x + 9$ के अनुदिश 1 m की दूरी तक विस्थापित करने में किए गए कार्य (जूल में) की गणना कीजिए।
8. दो तारों के केन्द्रों के बीच की दूरी $10a$ है। इन तारों के द्रव्यमान M व $16M$ है। तथा उनकी त्रिज्यायें क्रमशः a व $2a$ है। एक m द्रव्यमान की वस्तु को बड़े तारे की सतह से दूसरे छोटे तारे की तरफ सीधा प्रक्षेपित किया जाता है। तो छोटे तारे तक पहुँचने के लिये न्यूनतम कितनी प्रारम्भिक चाल चाहिये ? अपना उत्तर G, M व a के पदों में दीजिये।

PART – II : OBJECTIVE QUESTIONS

1. एक सीसे के बने गोले में एक खोला गोलीय छिद्र इस तरह बनाया जाता है कि यह छिद्र सीसे के गोले की सतह को स्पर्श करें तथा गोले के केन्द्र गुजरे। गोले के खोखला होने से पहले द्रव्यमान M था। एक m द्रव्यमान के छोटे गोले को यह खोखला गाला किस गुरुत्वीय बल से आकर्षित करेगा, अगर यह 'm' द्रव्यमान खोखले गोले के केन्द्र से d दूरी पर है, दिया है $d = 2R$

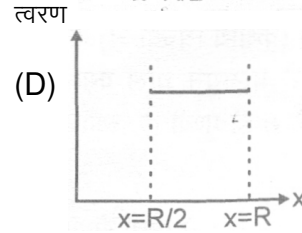
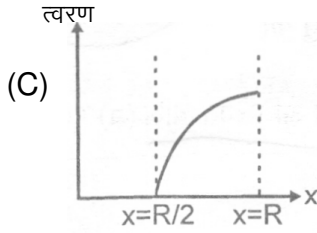
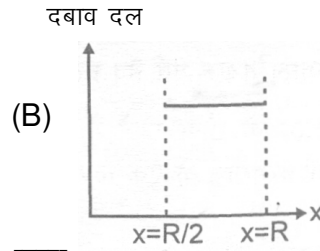
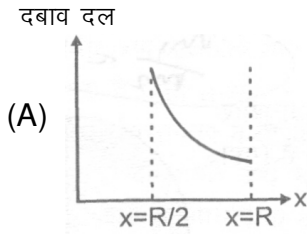


- (A) $\frac{7GMm}{18R^2}$ (B) $\frac{7GMm}{36R^2}$ (C) $\frac{7GMm}{9R^2}$ (D) $\frac{7GMm}{72R^2}$

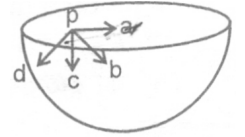
2. एक सीधी छड़ जिसकी लम्बाई l है को $x = \alpha$ से $x = l + \alpha$ तक रखा जाता है। अगर प्रति एकांक लम्बाई में द्रव्यमान $(a + bx^2)$ है। तो $x = 0$ पर रखे बिन्दुवत् द्रव्यमान m पर गुरुत्वीय बल लगेगा ?

- (A) $Gm \left(a \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha + l} \right) + bl \right)$ (B) $\frac{Gm(a + bx^2)}{l^2}$
 (C) $Gm \left(\alpha \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha + l} \right) + bl \right)$ (D) $Gm \left(a \left(\frac{1}{\alpha + l} - \frac{1}{l} \right) + bl \right)$

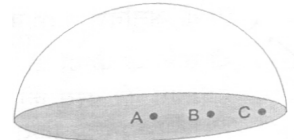
- 3*. पृथ्वी के केन्द्र से लम्बवत् दूरी $R/2$ पर जीवा के अनुदिश एक सुरंग खोदी जाती है। सुरंग की दीवारों को घर्षणरहित माना जा सकता है। सुरंग के एक कोने तक एक कण को छोड़ा जाता है। कण द्वारा दीवार पर लगाया गया दबाव बल और कण का त्वरण x दूरे के साथ निम्नानुसार बदलता है। (दूरी केन्द्र से मापी गई है):



4. चित्रानुसार एक अर्द्धगोलीय कोश (एक समान द्रव्यमान घनत्व युक्त) दिखाया गया है। बिन्दु P पर गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र की तीव्रता की दिशा किसके अनुदिश होगी—
 (A) a (B) b
 (C) c (D) d

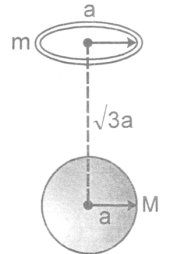


5. द्रव्यमान M पतले अर्द्धखोखले गोले (कोश) के सिर्फ वक्रपृष्ठ पर एकसमान रूप से वितरित है। अर्द्धगोले के वृत्ताकार आधार पर तीन बिन्दु A, B तथा C इस प्रकार है। कि A केन्द्र पर है। माना कि बिन्दु A, B और C पर गुरुत्वीय विभव क्रमशः V_A, V_B और V_C है। तो —
 (A) $V_A > V_B > V_C$ (B) $V_C > V_B > V_A$
 (C) $V_B > V_A$ and $V_B > V_C$ (D) $V_A = V_B = V_C$



6. m द्रव्यमान वाली एक सामान वलय, एक M द्रव्यमान वाले एक समान गोले के ऊपर केन्द्र से $\sqrt{3}a$ दूरी पर रखी है तथा वलय और गोले की दोनों की त्रिज्या a हो तो गुरुत्वीय बल होगा—

- (A) $\frac{GMm}{8a^2}$ (B) $\frac{GMm}{3a^2}$ (C) $\sqrt{3}\frac{GMm}{a^2}$ (D) $\sqrt{3}\frac{GMm}{8a^2}$



Exercise # 3

PART – I : MATCH THE COLUMN

1. एक कण को पृथ्वी के केन्द्र से दूरी $r (> R)$ तक ले जाते हैं। R पृथ्वी की त्रिज्या है। वेग V , सदिश \vec{r} के लम्बवत् है। स्तम्भ I में दिये गये V के परिमाण को स्तम्भ II में, कण की कुल ऊर्जा तथा स्तम्भ III में दिये गये कण के परिणामी पथ से मिलान कीजिए। यहां 'G' सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक तथा 'M' पृथ्वी का द्रव्यमान है।

स्तम्भ I (वेग)

A. $V = \sqrt{GM/r}$

B. $V = \sqrt{2GM/r}$

C. $V > \sqrt{GM/r}$

D. $\sqrt{GM/r} < V < \sqrt{2GM/r}$

स्तम्भ II (कुल ऊर्जा)

P. ऋणात्मक

Q. धनात्मक

R शून्य

S. अनन्त

स्तम्भ III (पथ)

T. दीर्घवृत्ताकार

U. परवलय

V. अतिपरवलय

W. वृत्ताकार

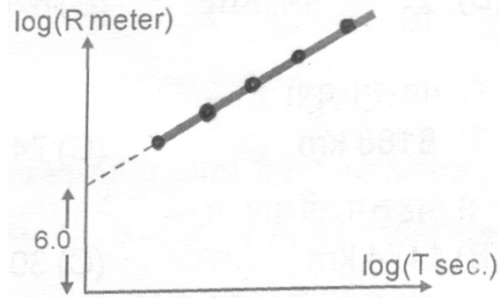
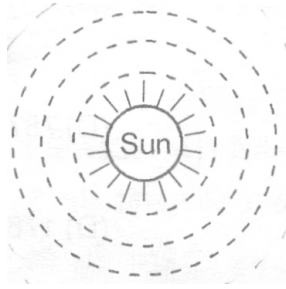
2. माना किसी समांग (uniform) द्रव्यमान वितरण के कारण V तथा E किसी बिन्दु पर क्रमशः गुरुत्वीय विभव व गुरुत्वीय क्षेत्र को दर्शाते हैं। यह द्रव्यमान वितरण अलग-अलग स्थितियों में स्तम्भ I में दिया गया है। अनन्त पर गुरुत्वीय विभव को शून्य माने। E तथा V मान स्तम्भ II में दिये गये हैं। स्तम्भ I में दिये गये कथनों को स्तम्भ II के परिणाम के साथ सुमेलित करिए।

स्तम्भ I	स्तम्भ II
(A) पतले गोलाकार कोष (shell) के केन्द्र पर	(p) $E = 0$
(B) ठोस गोले केन्द्र पर	(q) $E \neq 0$
(C) एक ठोस गोला जिसमें एक गोलाकार गुहिका (cavity) है यह गुहिका सकेन्द्रीय नहीं है तो इस गोलाकार गुहिका के केन्द्र पर	(r) $V \neq 0$
(D) दो समान द्रव्यमान के बिन्दु द्रव्यमानों को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु पर	(s) $V = 0$

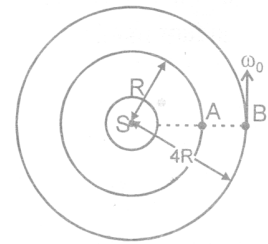
PART – II : COMPREHENSION

अनुच्छेद # 1

स्थितर सूर्य के चारों ओर बहुत सारे ग्रह अलग-अलग त्रिज्या (R) एवं अलग-अलग आवर्त काल (T) से चक्कर लगा रहे हैं। सूर्य की द्रव्यमान की गणना के लिये ग्रहों की कक्षीय त्रिज्या एवं आवर्त काल के पठन के लिये है और $\log_{10}T$ एवं $\log_{10}R$ के मध्य ग्राफ बनाया गया है। ग्राफ चित्रानुसार एक सरल में पाया गया जो y अक्ष को $y = 6.0$ पर काटती है। (ग्रहों के मध्य गुरुत्वाकर्षण को नगण्य माने) [$G = \frac{20}{3} \times 10^{-11}$ in MKS, $\pi^2 = 10$]



3. सरल रेखा का ढाल होगा –
 (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{19}{4}$
4. सूर्य का द्रव्यमान ज्ञात करो—
 (A) 6×10^{29} kg (B) 5×10^{20} kg (C) 8×10^{25} kg (D) 3×10^{35} kg
5. दो ग्रह A एवं B, जिनकी कक्षीय त्रिज्या R एवं 4R है। दोनों ग्रह प्रारम्भ में निकटतम स्थिति में हैं। तथा एक ही दिशा में घूम रहे हैं। यदि B ग्रह का कोणीय वेग ω_0 है तो कितने समय बाद दोनों ग्रह पुनः निकटतम स्थिति में आयेंगे ?
 (A) $\frac{2\pi}{7\omega_0}$ (B) $\frac{2\pi}{9\omega_0}$ (C) $\frac{2\pi}{\omega_0}$ (D) $\frac{2\pi}{5\omega_0}$

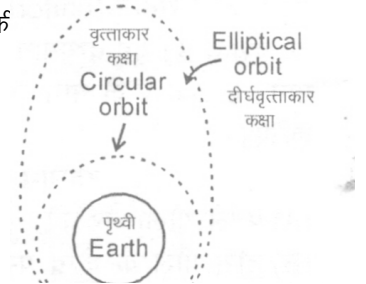


अनुच्छेदरु 2

यदि हम अंतरिक्ष यान एवं पृथ्वी को एक निकाय मानें परन्तु उसके ईंधन भाग को छोड़ते हुए जो कक्ष बदलने के काम में आता है। दी गई कक्षा में, अंतरिक्ष यान-पृथ्वी निकाय की यांत्रिक ऊर्जा प्रदर्शित करते हैं—

$$E = -\frac{GMm}{2r}$$

इस ऊर्जा में आंतरिक्ष यान की गतिज ऊर्जा एवं पृथ्वी और अंतरिक्ष यान के गुरुत्वाकर्षण बल से सम्बन्धि गुरुत्वीय ऊर्जा शामिल है। यदि रॉकेट-इंजन को ज्वलित करते हैं, तो अंतरिक्ष यान धक्के के बद द्वारा स्थापित होकर चलता है। परिणामस्वरूप, अंतरिक्ष यान-पृथ्वी निकाय की यांत्रिक ऊर्जा बढ़ती है। अंतरिक्ष यान की नयी ऊर्जा अधिक होती है लेकिन वह उस कक्षा में रहता है, जिसमें मूल प्रारम्भिक बिन्दु शामिल हो। यह उच्च ऊर्जा वृत्तीय कक्षा में नहीं रह सकता जिसकी त्रिज्या ज्यादा हो क्योंकि इस कक्षा में प्रारम्भिक बिन्दु नहीं होता। तब केवल दीर्घवृत्ताकार कक्षा के चित्र में दर्शाया गया है।



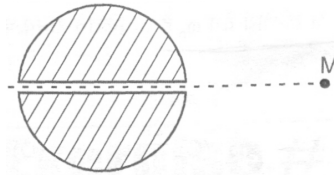
$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

उपरोक्त समीकरण अंतरिक्ष यान-पृथ्वी निकाय के दीर्घवृत्ताकार कक्षा के लिये ऊर्जा प्रदर्शित करता है जहाँ a -अर्द्ध मुख्य अक्ष है। इस प्रकार यदि हम कक्षा की नयी ऊर्जा जान लें, तो दीर्घवृत्ताकार कक्षा की अर्द्ध मुख्य अक्ष जिसे प्राप्त करना है, यदि हम जान लें, तो हम रॉकेट इंजन से आवश्यक अतिरिक्त ऊर्जा की गणना कर सकते हैं। एक अंतरिक्ष यान, पृथ्वी (त्रिज्या 6400 किमी.) के चारों ओर 300 किमी. ऊँचाई पर वृत्ताकार कक्षा में घूम रहा है। अंतरिक्ष यान को दीर्घवृत्ताकार कक्षा में रखने के लिये, अंतरिक्षयान-पृथ्वी निकाय की यांत्रिक ऊर्जा का परिमाण 10.0% घट जाता है।

6. यदि अंतरिक्ष यान-पृथ्वी निकाय की प्रारम्भिक ऊर्जा ($-E_0$), थी, तो रॉकेट को ज्वलित करने के पाश्चात् निकाय की कुल यांत्रिक ऊर्जा होगी—
 (A) $-1.1E_0$ (B) $-0.9E_0$ (C) $-E_0$ (D) उपरोक्त में नहीं
7. नयी दीर्घवृत्ताकार कक्षा की अर्द्धमुख्य अक्ष है—
 (A) $\frac{10}{9} \times 6700$ km (B) $\frac{9}{10} \times 6700$ km (C) 6700 km (D) उपरोक्त में नहीं
8. पृथ्वी केन्द्र से अंतरिक्ष यान की महत्तम दूरी है—
 (A) 6700 km (B) 8188 km (C) 7437 km (D) 7874 km
9. अंतरिक्ष यान की पृथ्वी सतह से महत्तम ऊँचाई है—
 (A) 970 km (B) 1474 km (C) 300 km (D) 1788 km
10. अंतरिक्ष यान की पृथ्वी सतह से न्यूनतम दूरी है—
 (A) 900 km (B) 1474 km (C) 300 km (D) 1774 km

PART – II : ASSERTION/REASON

11. वक्तव्य 1: एक मुक्त आकाश में एक समान गोलाकार ग्रह जिसका द्रव्यमान M है इसके व्यास के अनुदिश एक पतली चिकनी सुरंग खेदी गई है यह ग्रह व दूसरा समान द्रव्यमान M का अतिसघन छोटा कण एक दूसरे की तरफ विराम से उनके गुरुत्वाकर्षण बल के प्रभाव में पास आना शुरू करते हैं। जब कण ग्र के केन्द्र से गुजरता है तब दोनों वस्तुओं की गतिज ऊर्जाओं का योग अधिकतम होगा।



वक्तव्य-2 : जब कण या कण की तरह एक वस्तु (प्रारम्भ में विराम में थी) पर कार्यरत सभी बलों का परिणामी बल दिशा में नियत हो तो कण की गतिज ऊर्जा बढ़ती जायेगी।

- (A) वक्तव्य-1 सत्य है तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
 (C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
 (D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

PART – IV : TRUE/FALSE

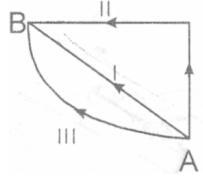
12. सत्य एवं असत्य कथन :
 (i) एक कृत्रिम उपग्रह को कक्ष में इस तरह स्थापित किया जा सकता है कि वह हमेशा नई दिल्ली के ऊपर रहे। (1984;2M)
 (iii) क्या सूर्य के चारों परिक्रमा कर रहे ग्रहों का सम्पूर्ण कक्षा में नियत रहता है। (i) रेखिक चाल (iii) सूर्य के परितः कोणीय संवेग (iii) गतिज ऊर्जा (iv) स्थितिज ऊर्जा और (v) कुल ऊर्जा

PART – V : FILL IN THE BLANKS

13. रिक्त स्थान पूरित करे:

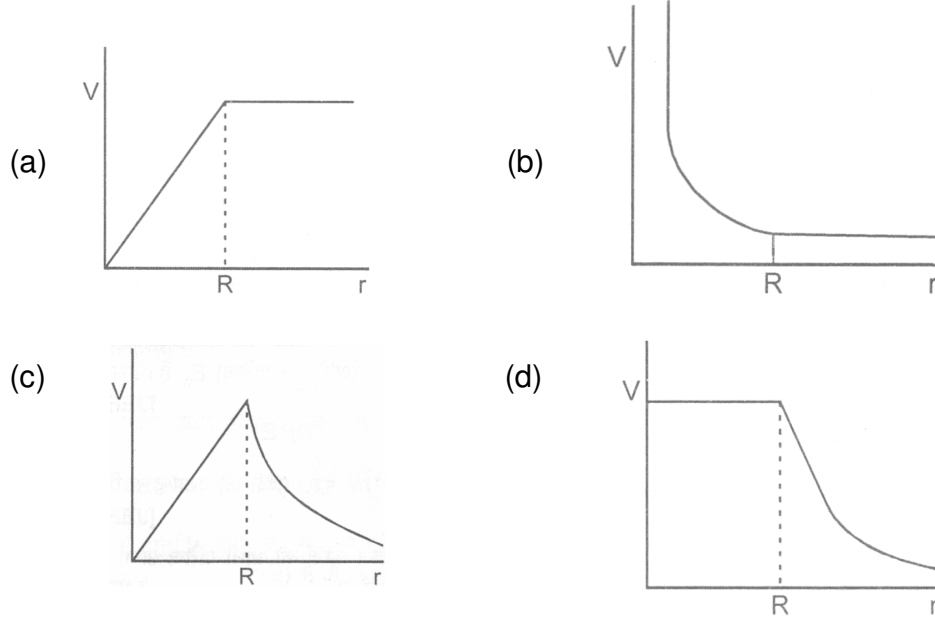
- (i) भूमध्य रेखा पर प्रभावी गुरुत्वीय त्वरण को शून्य के बराबर होने के लिये पृथ्वी के अपने चक्रण अक्षके सापेक्ष घूर्णन की कोणीय वेग का अंकीय मान होना चाहिएरेडि./सैकण्ड [1984 ; 2M]
- (iii) कैप्लर के द्वितीय नियमानुसार किसी ग्रह का सूर्य से त्रिज्य सदृश समान समय में समान क्षेत्रफल अंतरित करता है। यह नियम अभिव्यक्ति है..... [1985 ; 2M]
- (iii) एक भू-स्थायी उपग्रह पृथ्वी सतह से 6 R ऊँचाई पर चक्कर लगा रहा है जहाँ R पृथ्वी की त्रिज्या है। एक अन्य उपग्रह जिसकी पृथ्वी सतह से ऊँचाई 2.5 R है का आवर्त काल होगा.....घण्टे । [1987 ; 2M]
- (iv) पृथ्वी तथा चन्द्रमा के द्रव्यमान तथा त्रिज्या क्रमशः M_1, R_1 एवं M_2, R_2 है तथा उनके केन्द्रों के मध्य दूरी d है दोनों केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु से एक कण का पलायन वेग होगा..... [1988 ; 2M]

Exercise # 4

1. पृथ्वी के परित वृत्ताकार कक्षा में परिक्रमण कर रहे एक कृत्रिम उपग्रह की कुल ऊर्जा (स्थितिज+गतिज) E_0 है। इसकी स्थितिज ऊर्जा है: [JEE – 97,2]
 (A) $-E_0$ (B) $1.5 E_0$ (C) $2 E_0$ (D) E_0
2. पृथ्वी के कक्षीय कोणीय संवेग (सूर्य के परितः) तथा द्रव्यमान का अनुपात $4.4 \times 10^{15} \text{ m}^2 / \text{s}$ है। पृथ्वी की कक्षा द्वारा घिरा क्षेत्रफल लगभग ----- मीटर² है। [JEE – 97,3]
3. एक कण को पृथ्वी की सतह (त्रिज्या R_e) से पलायन के लिए न्यूनतम आवश्यक गतिज ऊर्जा की आधी गतिज ऊर्जा से ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है तो पृथ्वी की सतह से वह ऊँचाई जहाँ तक यह जा सकेगा ? [JEE – 97,3]
4. एक उपग्रह S, पृथ्वी के परितः एक दीर्घवृत्ताकार (elliptical) कक्षा में गतिमान है। उपग्रह का द्रव्यमान, पृथ्वी की तुलना में बहुत कम है। [JEE – 98,2]
 (A) S के त्वरणा की दिशा, सदैव पृथ्वी के केन्द्र की ओर रहती है।
 (B) पृथ्वी के केन्द्र के परितः S के कोणीय संवेग की दिशा परिवर्तत होती है परन्तु इसका परिमाण स्थिर रहता है।
 (C) S की कुल यांत्रिक ऊर्जा में समय के साथ आवर्ती परिवर्तन होता है।
 (D) S के रेखीय संवेग का परिमाण स्थिर रहता है।
5. एक साधारण लोलक का आवर्तकाल T_1 होता है जब यह पृथ्वी की सतह पर होता है तथा जब इसे पृथ्वी की सतह से R ऊँचाई तक ले जाने पर T_2 हो जाता है। जहाँ R पृथ्वी की त्रिज्या है। यहां T_2/T_1 का मान होगा: [JEE – 2001,1]
 (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 4 (D) 2
6. एक भूस्थायी उपग्रह पृथ्व के चारो ओर त्रिज्या 36000 किमी. के कक्ष में चक्कर लगा रहा है। तो पृथ्वी की सतह से कुछ सौ किमी. ऊँचाई पर चक्कर काट रहे गुप्तचर (spy) उपग्रह का आवर्तकाल क्या होगा? ($R_{\text{पृथ्वी}} = 6400$ किमी.) [JEE – 02,3]
 (A) $\frac{1}{2}$ hr (B) 1 hr (C) 2 hr (D) 4 hr
7. m द्रव्यमान के एक कण को S स्रोत के कारण उत्पन्न गुरुत्वीय प्रभाव में A से B तक चित्रानुसार तीन रास्तों से लेकर जाया जाता है। अगर किया गया कार्य चित्रानुसार पथ I, II तथा III के अनुदिश क्रमशः W_I, W_{II} तथा W_{III} है तो- [JEE Scr.-2003]

 (A) $W_I = W_{II} = W_{III}$ (B) $W_{II} > W_{III} = W_I$
 (C) $W_{III} = W_{II} > W_I$ (D) $W_I > W_{II} > W_{III}$
8. चन्द्रमा की सतह में एक गड्ढे से एक कण को ऊर्ध्व ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है। गड्ढे की गहराई $R/100$ है जहाँ R चन्द्रमा की त्रिज्या है। अगर प्रक्षेपण का प्रारम्भिक वेग चन्द्रमा की सतह से पलायन वेग के बराबर हो तो R के पदों में प्रक्षेपण द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई की गणना कीजिए। [JEE 2003, 4 / 60]
9. एक द्वि-तारा मण्डल में दो तारे A तथा B निका आवर्तकाल क्रमशः T_A तथा T_B है। त्रिज्या R_A तथा R_B तथा द्रव्यमान M_A तथा M_B है तो सही कथन का चुनाव कीजिए। [JEE 2006, 3 / 164]
 (A) अगर $T_A > T_B$ तो $R_A > R_B$ (B) यदि $T_A > T_B$ तो $M_A > M_B$
 (C) $\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)$ (D) $T_A = T_B$

10. एक गोलाकार सममित (symmetric) गुरुत्वीय कणों के समूह का द्रव्यमान घनत्व ρ $\begin{cases} \rho_0, r \leq R \text{ के लिए} \\ 0, r > R \text{ के लिए} \end{cases}$

जहाँ ρ_0 एक अचल है। समूह के केन्द्र से $r(0 < r < \infty)$ की दूरी पर एक परीक्षण द्रव्यमान, कणों के गुरुत्वीय क्षेत्र के प्रभाव से वर्तुल गति करता है। इसकी गति V बनाम r को निम्न प्रकार से दर्शाया जायेगा। **[JEE 2008,3/163]**



11. **वक्तव्य-1** **[JEE 2008,3/163]**
 पृथ्वी की परिक्रमा कर रहे अंतरिक्ष स्टेशन (space station) में अंतरिक्ष यात्री (astronaut) भारहीनता का अनुभव करता है।
 तथा

वक्तव्य -2

पृथ्वी गुरुत्वाकर्षण शक्ति के प्रभाव से पृथ्वी के चारो ओर घूमता हुआ पिण्ड मुक्त-पतन (fre-fall) की अवस्था में रहता है।

- (A) दोनों वक्तव्य सत्य है तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
 (B) दोनों वक्तव्य सत्य है परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
 (C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
 (D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

Answers

Exercise # 1

PART - 1

SECTION (A) :

A1. $\frac{367 \times 10^7}{27 \times 189} \text{ G Newton} = 4.8 \times 10^{-5} \text{ N}$

A2. $\frac{4}{9} \pi^2 \rho^2 Gr^4$

A3. $31.2 \text{ G m/sec}^2 = 2.1 \times 10^{-9} \text{ m/s}^2$, down

SECTION (B) :

B1. $-20\hat{i} - 40\hat{j}$, $|\vec{F}| = 5\sqrt{5} \text{ N}$, $\vec{F} = -5\hat{i} - 10\hat{j}$

B2. $-\frac{4}{3} \pi G 5.5 \times 10^3 \times (6.4 \times 10^6)^2 \text{ J/Kg}$

SECTION (C) :

C1. (a) $\frac{U_A}{U_B} = \frac{25600}{12800} = 2$ (b)

$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \frac{r_B}{r_A} = 2$ (c) ठ की ऊर्जा ज्यादा होगी

C2. \sqrt{gR}

C3. $2\sqrt{\frac{G(M_A + M_B)}{d}}$

SECTION (D) :

D1. $\sin^{-1}\left(\frac{R}{R+h}\right) = \sin^{-1}(0.15)$

D2. 1.5%

D3. (i) $F = \frac{GM^2}{4R^2}$ (ii) $\sqrt{\frac{GM}{4R}}$; $T = 4\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$

(iii) $\sqrt{\frac{GM}{4R^3}}$ (iv) $\frac{GM^2}{4R}$ (v) $\sqrt{\frac{4GM}{R}}$

SECTION (E) :

E1. $\frac{19}{2} \text{ m/s}^2 = 9.5 \text{ m/s}^2$

E2. $T = 1 - \frac{1}{2} \frac{4\pi^2}{(86400)^2} \times 6400 \times \frac{10^3}{9.8} = 0.998 \text{ s}$

PART - II

SECTION (A) :

A1. (A) A2. (B) A3. (C)

SECTION (B) :

B1. (B) B2. (D) B3. (D)

B4. (C) B5. (D)

SECTION (C) :

C1. (C) C2. (i) (D) (ii) (B) (iii) (B) (iv) (B)

C3. (B),(C)

SECTION (D) :

D1. (B) D2. (D) D3. (C) D4. (A).(C)

D5. (B).(C) D6. (D)

SECTION (E) :

E1. (A) E2. (A).(D)

Exercise # 2

PART - 1

1. (a) $\left(\frac{Gm(y-r)}{r^3}(-\hat{j})\right)$ (b) $\left(\frac{Gm}{(y-r)^2}(-\hat{j})\right)$

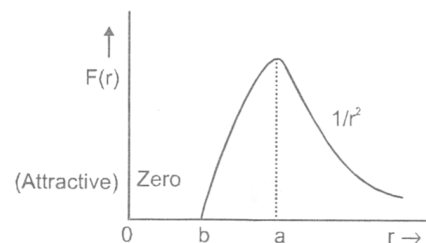
(c) $\left(\frac{4Gm}{(y-4r)^2} + \frac{Gm}{(y-r)^2}\right)(-\hat{j})$

2. (a) (i) $0 < R < B$; $f(r) = 0$

(ii) $b < r < a$; $F(r) = \frac{4}{3} \pi Gpm \left(r - \frac{b^3}{r^2}\right)$

(iii) $a < r < \infty$;

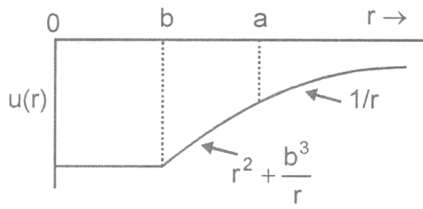
$F(r) = \frac{4}{3} \pi Gpm \left(\frac{a^3 - b^3}{r^2}\right)$



(b) (i) $0 < r < b$; $u(r) = -2\pi Gpm(a^2 - b^2)$

(ii) $b < r < a$; $u(r) = \frac{-2\pi Gpm}{3r} (3r^2 - 2b^3 - r^3)$

(iii) $a < r < \infty; u(r) = \frac{-4\pi G\rho m}{3r}(a^3 - b^3)$



3. (c) $M_\alpha = \frac{4\pi^2 [1.5 \times 10^{12}]^3}{3G[44.5 \times 365 \times 86400]^2}$
 $= 3.376 \times 10^{29} \text{ kg}, M_\beta = 2M_\alpha = 6.75 \times 10^{29} \text{ kg}$

4. (a) चूंकि बल सदैव ठोस गोले के केन्द्र की ओर कार्यरत रहता है, अतः यह A पर टकराएगा।

(b) $v = \sqrt{\frac{2\pi G\rho R^2}{3}}$

5. (a) $\sqrt{\frac{2GM_s}{R}}$ (b) $(\sqrt{2} - 1)\sqrt{\frac{GM_s}{R}}$

6. $r_{\min} = (GM_s / v_0^2) \left[\sqrt{1 + (v_0^2 / GM_s)^2} - 1 \right]$

7. zero 8. $V_{\min} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \sqrt{\frac{GM}{a}}$

Part - II

1. (B) 2. (A) 3. (B),(C)
 4. (C) 5. (D) 6. (D)

Exercise #3

PART - I

- | | | | |
|----|---|----|-------|
| 1. | I | II | III |
| A | P | W | |
| | B | R | U |
| | C | Q | V |
| | D | P | T (C) |

2. (A) p,r (B) p,r (C) q,r (D) p,r

PART - II

3. (C) 4. (A) 5. (A)
 6. (B) 7. (A) 8. (A)
 9. (D) 10. (C)

PART - III

11. (A)

PART - IV

12. (i) नहीं, नई दिल्ली भूमध्य तल के ऊपर स्थित नहीं है
 (ii) (i) असत्य (ii) सत्य (iii) असत्य (iv) असत्य
 (v) सत्य

PART - V

13. (i) $1.24 \times 10^{-3} \text{ rad/s}$
 (ii) कोणीय संवेग
 (iii) 8.48 h (iv) $2\sqrt{\frac{G(m_1 + M_2)}{d}}$

Exercise # 4

JEE

1. (C)
 2. $22 \times 864 \times 365 \times 10^{16} \times \text{m}^2 = 6.93 \times 10^{22} \text{ m}^2$
 3. $R_e = h$ 4. (A)
 5. (D) 6. (C)
 7. (A) 8. $\frac{19801}{199} R \approx 99.5R$
 9. (D) 10. (C)
 11. (A)

MQB

PART – I : OBJECTIVE QUESTIONS

1. L लम्बाई के समबाहु त्रिभुज के तीन कोनों पर तीन एक समान तारे उपस्थित हैं। उस चाल की गणना कीजिए लग ये तीनों तारे एक दूसरे के प्रभाव में चक्कर काट रहे हैं जबकि समबाहु त्रिभुज अभी भी वैसे ही है।

(A) $\sqrt{\frac{2GM}{L}}$ (B) $\sqrt{\frac{GM}{L}}$ (C) $2\sqrt{\frac{GM}{L}}$ (D) सभी संभव नहीं हैं

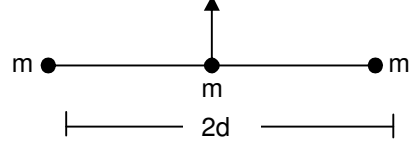
2. दो m द्रव्यमान 2d दूरी पर हैं। एक छोटा द्रव्यमान m_s दोनों के मध्य में रखा जाता है। जब इसे माध्य स्थिति से थोड़ा हिलाया जाता है तो यह दोलन करना शुरू कर देता है तो –

(A) सरल आवर्त गति की आवृत्ति $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4Gm}{d^3}}$ होगी

(B) सरल आवर्त गति की आवृत्ति $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Gm}{d^3}}$ होगी।

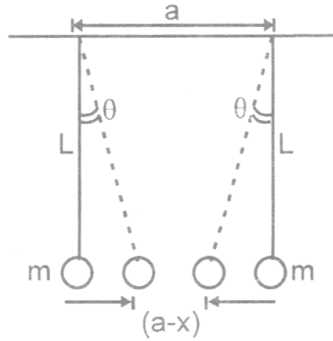
(C) m_s का त्वरण $\frac{Gm}{d^2}$ द्वारा दिया जाता है।

(D) आवर्तकाल $2\pi \sqrt{\frac{GM}{(2d)^3}}$ द्वारा दिया जाता है।



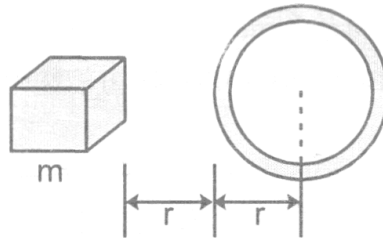
3. दो एक समान द्रव्यमान m की गेंदों को समान L लम्बाई की रस्सियों से लटकाया जाता है। अगर रस्सियों के ऊपर सिरों की बची की दूरी a है तो दोनों धागे गेंदों के बीच आकर्षण के कारण रस्सियां उर्ध्वाधर से कोण θ बनाएंगी–

(A) $\tan^{-1} \frac{(a-X)g}{mG}$ (B) $\tan^{-1} \frac{mG}{(x-X)^2 g}$ (C) $\tan^{-1} \frac{(a-X)^2 g}{mG}$ (D) $\tan^{-1} \frac{(a^2 - X^2)g}{mG}$



4. एक m द्रव्यमान का ब्लॉक, m द्रव्यमान एवं r त्रिज्या के गालीय कोश से r दूरी पर रखा है तो –

- (A) केवल कोश के आंतरिक सतह पर क्षेत्र का मान शून्य होगा।
 (B) गुरुत्वीय क्षेत्र तथा गुरुत्वीय विभव दोनों का मान कोश के अंदर शून्य होगा।
 (C) गुरुत्वीय विभव तथा गुरुत्वीय क्षेत्र की तीव्रता कोश के अन्दर शून्य नहीं होगी।
 (D) कुछ कह नहीं सकते।

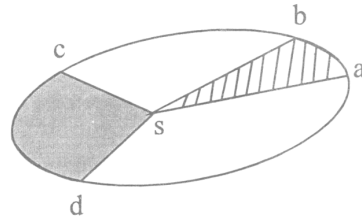


5. किसी गोलीय क्षेत्र में घनत्व केन्द्र से दूरे के व्युत्क्रमानुपाती रूप में बदलता है। केन्द्र से r दूरी पर गुरुत्वीय क्षेत्र का मान होगा

(A) r के समानुपाती (B) $\frac{1}{r}$ के समानुपाती (C) r^2 के समानुपाती (D) सभी जगह एक समान

6. उपरोक्त प्रश्न में गुरुत्वीय विभव–

- (A) r के समानुपाती (B) $\frac{1}{r}$ के समानुपाती (C) r^2 के समानुपाती (D) सभी जगह एक समान
- 7.* एक समान कोश के अनन्तर—
 (A) गुरुत्वीय विभव शून्य है। (B) गुरुत्वीय क्षेत्र शून्य है।
 (C) गुरुत्वीय विभव एक समान है। (D) गुरुत्वीय क्षेत्र एक समान है।
8. एक बिन्दु P, M द्रव्यमान तथा R त्रिज्या की वलय के केन्द्र से $2R$ दूरी पर है। एक कण P से शुरू होकर केवल गुरुत्वाकर्षण प्रभाव में ही O तक पहुँचता है। इसकी O पर चाल होगी—
 (A) शून्य (B) $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$ (C) $\sqrt{\frac{2GM}{R}\sqrt{5}-1}$ (D) $\sqrt{\frac{2GM}{R}(1-\frac{1}{\sqrt{5}})}$
9. एक m द्रव्यमान की वस्तु को पृथ्वी की सतह से पृथ्वी की त्रिज्या के तीन गुना ऊँचाई तक उठाया जाता है। वस्तु की स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन होगा ? (g = पृथ्वी की सतह पर गुरुत्वीय क्षेत्र)
 (A) mgR (B) $\frac{3}{4}mgR$ (C) $\frac{1}{3}mgR$ (D) $\frac{2}{3}mgR$
10. यह मानिए कि चन्द्रमा का माध्य घनत्व पृथ्वी के माध्य घनत्व के समान तथा त्रिज्या पृथ्वी की एक चौथाई है। सैकण्ड लोलक की लम्बाई चन्द्रमा पर क्या होगी ? (अगर यह पृथ्वी की सतह पर 99.2 सेमी. है)
 (A) 24.8 cm (B) 49.6 cm (C) 99.2 (D) $\frac{99.2}{\sqrt{2}}$ cm
- 11.* एक वस्तु का भूमध्य रेखा पर वजन करते हैं तथा छोड़ी सन्तुलन तथा स्प्रिंग संतुलन की मदद से प्राप्त मान क्रमशः W_b तथा W_s है। पुनः उत्तरी ध्रुव पर इसी तरह वजन करने से प्राप्त मान क्रमशः W_b' तथा W_s' प्राप्त होते हैं। यह मानते हुए कि पृथ्वी की के कारण गुरुत्वीय त्वरण पृथ्वी सतह पर सब जगह एक समान है तथा संतुलन पूर्णतः संवेदनशील है तो—
 (A) $W_b=W_b'$ (B) $W_b=W_s$ (C) $W_b'=W_s'$ (D) $W_s'>W_s$
- 12.* अगर किसी वस्तु को पलायन वेग से कम चाल से फेंका जाए तो—
 (A) वस्तु किसी ऊँचाई तक जा सकती है तथा एक सीधी रेखा के अनुदिश गिर जाएगी।
 (B) वस्तु किसी ऊँचाई तक जा सकती है तथा परवलयिक पथ के अनुदिश गिर सकती है।
 (C) वस्तु पृथ्वी के परितः वृत्तीय पथ में घूम सकती है। (D) वस्तु पृथ्वी के परितः दीर्घ वृत्तीय पथ में घूम सकती है।
- 13.* दीर्घवृत्तीय कक्ष में सूर्य के परितः घूमते ग्रह के लिये कौन से कथन सत्य है—
 (A) इसकी यांत्रिक ऊर्जा नियत रहती है। (B) इसका सूर्य के सापेक्ष कोणीय संवेग संरक्षित रहता है।
 (C) सूर्य के सापेक्ष क्षेत्रीय वेग नियत रहता है। (D) इसका आवर्तकाल r^3 के समानुपाती होता है।
- 14.* दो ग्रहों के निकाय में m तथा $2m$ द्रव्यमान वाले दो तारे उनके स्वयं के गुरुत्वाकर्षण प्रभाव में निकाय के द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष चक्कर काट रहे हैं। अगर इन तारों के बीच की दूरी r है तो उनका चक्कर का आवर्त काल उनके द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष समानुपाती होगा ?
 (A) r^3 (B) r (C) $m^{1/2}$ (D) $m^{-1/2}$
15. एक ग्रह के चारों ओर एक उपग्रह भू-स्थैतिक कक्ष में रहता है। जब वह ग्रह के केन्द्र से r दूरी की त्रिज्या में चक्कर लगाता है। यदि ग्रह का कोणीय वेग दुगुना कर दिया जाये तो उपग्रह को भू-स्थैतिक कक्ष में होने के लिये उपग्रह की ग्रह के केन्द्र से दूरी होगी—
 (A) $\frac{r}{2}$ (B) $\frac{r}{2\sqrt{2}}$ (C) $\frac{r}{(4)^{1/3}}$ (D) $\frac{r}{(2)^{1/3}}$
16. सूर्य के चारों ओर भ्रमणशील ग्रह की दीर्घवृत्ताकार कक्षा चित्र में प्रदर्शित की गई है। छायांकित दोनों a से b तक तथा c से d तक लाने में लगे समय क्रमशः t_1 तथा t_2 है, तो—



- (A) $t_1 < t_2$ (B) $t_1 = t_2$ (C) $t_1 > t_2$
 (D) दी गई सूचना t_1 तथा t_2 के मध्य सम्बन्ध स्थापित करने के लिये अपर्याप्त है।

PART – LL : SUBJECTIVE QUESTIONS

1. सूर्य से शनि ग्रह, मंगल ग्रह के मुकाबले छः गुना दूर है। कौनसे ग्रह का—
 (A) परिक्रमण काल ज्यादा होगा ? (B) कक्षीय चाल ज्यादा होगी (C) कोणीय चाल ज्यादा होगी ?
 2. माना कि कोई तारा हमारे सूर्य से अधिक चमकीला है परन्तु उसका द्रव्यमान सूर्य के बराबर है। अगर किसी आदमी की पृथ्वी पर औसत आयु 70 साल है। अगर पृथ्वी सदृश्य इस तार की दूरी हमारे तारे से दुगुनी है तो इस ग्रह पर आदमी कमी औसत आयु कितनी होगी ?



3. त्रिज्या $R=8$ मीटर की एक वलय अत्यन्त घने पदार्थ से बनाई गई है। वलय का द्रव्यमान $m_R=2.7 \times 10^9 \text{kg}$ वलय की परिधि पर समान रूप से वितरित है। घने द्रव्यमान का एक कण वलय के अक्ष पर उसके केन्द्र से $x_0=6$ मीटर दूरी पर रखा जाता है। गुरुत्वाकर्षण के अतिरिक्त सभी बलों को नगण्य मानें। ज्ञात करो—
 (A) उनकी अधिकतम सामीप्य दूरी (केन्द्रे से) (B) इस क्षण वलय का विस्थापन । (C) इस क्षण कण का वेग ।
 4. पृथ्वी के चारों ओर दीर्घवृत्ताकार कक्षा में चक्कर काट रहे उपग्रह की कल्पना करते हैं। इस कक्षा का न्यूनतम बिन्दु या अपसौर (perigee) जो पृथ्वी की सतह से 300 किमी. ऊपर है तथा अधिकतम बिन्दु या उपसौर (apogee) जो पृथ्वी की सतह से 3000 किमी. ऊपर स्थित है।
 (a) अन्तरिक्षयान का आवर्तकाल कितना होगा ?
 (b) कोणीय संवेग संरक्षण को मानते हुए अन्तरिक्षयान की न्यूनतम बिन्दु या अपसौर (perigee) तथा अधिकतम बिन्दु उपसौर (apogee) पर चाल का अनुपात बताइये।
 (c) कोणीय संवेग संरक्षण को मानते हुए अन्तरिक्षयान की न्यूनतम बिन्दु या अपसौर (perigee) तथा अधिकतम बिन्दु उपसौर (apogee) पर चाल ज्ञात करें।
 (d) पृथ्वी की सतह से अन्तरिक्षयान को पूर्णतया पलायन कर देना चाहते हैं। अगर अन्तरिक्षयान के रॉकेट के न्यूनतम बिन्दु या अपसौर (perigee) से दागा जाता है तो अंतरिक्ष यान की चाल को कितना बढ़ाना होगा ? अगर रॉकेट को अधिकतम बिन्दु या उपसौर (apogee) से दागा जाता है तो क्या होगा ? कक्षा का कौनसा बिन्दु उपयोग करना सबसे प्रभावी होगा ? $T^2=ka^3$, $a=$ अर्द्धदीर्घ अक्ष [$k = 1 \times 10^{-13} \text{sec}^2/\text{m}^3$]
 5. एक ग्रह A सूर्य के चारों ओर दीर्घवृत्त में गति कर रहा है। जब यह सूर्य से r_0 दूरी पर होता है, उस क्षण इसका वेग v_0 के बराबर है तथा त्रिज्यीय सदिश r_0 एवं वेग सदिश v_0 के बीच कोण θ के बराबर होता है। कक्षीय गति के दौरान इस ग्रह की सूर्य से महत्तम एवं न्यूनतम दूरी ज्ञात करो । (सूर्य का द्रव्यमान $=M_s$)
 6. एक उपग्रह को वृत्तीय कक्षा में इस प्रकार रखते हैं जिससे यह पृथ्वी सतह पर स्थिति किसी निश्चित बिन्दु के हमेशा ऊपर रहे। परन्तु गलती से उपग्रह की कक्षीय त्रिज्या यह करने के लिये 1.0 किमी. ज्यादा हो जाती है। किस दर किस दिशा में उपग्रह के ठीक नीचे स्थिति बिन्दु पृथ्वी सतह पर गति करेगा ?
 7. 200 kg एवं लगभग 640 km पृथ्वी सतह से ऊँचाई पर वृत्तीय कक्षा के उपग्रह की (a) चाल और (b) आवर्तकाल क्या होंगे। यह मानिए कि उपग्रह प्रति चक्कर $1.4 \times 10^5 \text{ J}$ यान्त्रिक ऊर्जा खो देता है। वातावरण के प्रतिरोध बल को मानने से पथ धीरे-धीरे घटती हुई वृत्त की त्रिज्या के जैसा होता है। उपग्रह के निम्न की गणना कीजिए (c) ऊँचाई (d) चाल तथा (e) 1500^{th} चक्कर खत्म होने पर आवर्तकाल (f) क्या पृथ्वी के केन्द्र के चारों ओर कोणीय संवेग उपग्रह के लिये या उपग्रह-पृथ्वी निकाय के लिये संरक्षित रहेगा।

8. m द्रव्यमान का एक ग्रह सूर्य के चारों ओर दीर्घवृत्ताकार का में इस प्रकार गतिमान है कि इसकी सूर्य से महत्तम एवं न्यूनतम दूरियां क्रमशः r_1 तथा r_2 हैं। इस ग्रह का सूर्य के केन्द्र के सापेक्ष कोणीय संवेग ज्ञात करो। (सूर्य का द्रव्यमान $=M_s$)
9. हमारा सूर्य जिसका द्रव्यमान 2×10^{30} kg है, हमारे मिल्कीवे आकाशगंगा के किनारे पर चक्कर लगा रहा है। इस आकाशगंगा को गोलीय माना जा सकता है। जिसकी त्रिज्या 10^{20} m मीटर है। यह मानिए कि मिल्कीवे आकाशगंगा में सूर्य के बिल्कुल सूर्य जैसे कई तारे समान रूप से वितरित हैं। अगर सूर्य का आवर्तकाल 10^{15} सेकण्ड है और मिल्कीवे आकाशगंगा में तारों लगभग $3 \times 100^{(x)}$ है। 'x' का मान बताइये (दिया है $\pi^2 = 10, G \frac{20}{3} \times 10^{-11}$ in MKS)
10. दो तारों के निमाय में दोनों तारे निकाय के द्रव्यमान केन्द्र के चारों ओर वृत्तीय पथ में घूम रहे हैं। यदि निकाय का कोई द्रव्यमान M हो तथा उनके ज्यामितीय केन्द्रों के मध्य दूरी r ; हो तो उनके घूर्णन का आवर्तकाल ज्ञात करो।
11. सत्य कथन चुनिए—
 (A) अगर दो द्रव्यमान बिन्दु के बीच दूरी अनन्त हो तो गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा शून्य ली जाती है मन्दाकिनी के गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा होगी (धनात्मक/ऋणात्मक/शून्य)
 (B) ब्रह्माण्ड बड़े स्तर पर (गुरुत्वीय/विद्युत चुम्बकीय) बल द्वारा, परमाणवीय स्तर पर (गुरुत्वाकर्षण/विद्युत चुम्बकीय) बल द्वारा नाभिकीय स्तर पर (गुरुत्वीय/विद्युत चुम्बकीय/मजबू नाभिकीय/बल द्वारा व्यस्थित होते हैं)
 (C) अगर अनन्त पर स्थितिज ऊर्जा शून्य है, कक्षा में चक्कर काट रहे उपग्रह की कुल ऊर्जा (गतिज/स्थितिज ऊर्जा) की ऋणात्मक होती है।
 (D) पृथ्वी की सतह के चारों ओर चक्कर काट रहे उपग्रह को पृथ्वी के प्रभाव से बाहर भेजने के लिये आवश्यक ऊर्जा, इसी ऊंचाई पर स्थित (उपग्रह के बराबर ऊंचाई) एक स्थिर वस्तु को पृथ्वी की सतह से बाहर भेजने के लिये आवश्यक ऊर्जा से (ज्यादा/कम) होती है।
12. वस्तु का पृथ्वी से पलायन वेग निर्भर करता है— (a) वस्तु के द्रव्यमान पर (b) स्थिति पर, जहाँ से उसे फँका गया है। (c) फँकने की दिशा पर (d) उस जब की ऊंचाई पर, जहाँ से उसे फँका गया है। अपने उत्तर को समझाइये।

Answers

PART-I

1. (B) 2. (B) 3. (B) 4. (C) 5. (D)
 6. (A) 7. (B) (C) (D) 8. (D) 9. (B)
 10. (A) 11. (A),(C),(D) 12. (A),(B),(C),(D)
 13. (A),(B),(C) 14. (A),(D) 15. (C) 16. (B)

PART-II

1. (a) शनि (b) मंगल (c) मंगल
2. $\frac{70}{(2)^{3/2}} \approx 25$ वर्ष
3. (a) शून्य, (b) 0.6 ; (c) 9cm/s
4. (a) $\frac{(805)^3 \times 10\pi}{32\sqrt{9.8}} = 7.16 \times 10^3$ sec.
 (b) $\frac{94}{67} = 1.4$
 (c) $V_p = 896 \times 10^2 \sqrt{\frac{94}{67 \times 161}}$ m/sec.
 $= 8.35 \times 10^3$ m/s
 $V_a = 896 \times 2 \sqrt{\frac{67}{94 \times 161}}$ m/sec,
 $= 5.95 \times 10^3$ m/s
 (d) $\Delta V = 14 \times 10^2 \sqrt{67} - V_p$

$= 3.09 \times 10^3$ m/s, न्यूनतम बिन्दु या अपसौर

5. $r_m = \frac{r_0}{2 - \eta} [1 \pm \sqrt{1 - (2 - \eta) \sin^2 \alpha}]$,

6. $\frac{10\pi}{1908}$ m/sec ≈ 1.6 cm/sec.,
 भूमध्य रेखा के अनुदिश पूर्व की ओर।

7. (i) $\frac{448}{\sqrt{3520}}$ km/s $= 7.527$ km/s

(ii) $\frac{220\pi}{7} \sqrt{3520}$ sec. ≈ 1.63 hour

(iii) $\left[\frac{22 \times 14 \cdot 64^2 \times 7040}{22 \times 14 \times 64^2 + 7040 \times 6} - 6400 \right]$ km
 ≈ 411.92 km

(iv) $\frac{448}{\sqrt{3406}}$ km/sec.
 ≈ 7.67 km/s

(v) $\frac{1703\pi}{56} \sqrt{3406}$ sec. ≈ 1.55 hour

(vi) No

8. $J = m\sqrt{2GM_s r_1 r_2 / (r_1 + r_2)}$

9. 11

10. $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$
11. (a) ऋणात्मक
(b) gravitational, electromagnetic, strong nuclear
(c) गतिज ऊर्जा ,
12. (d) कम
पलायन वेग वस्तु के द्रव्यमान एवं फँकने की दिशा पर निर्भर नहीं करता है। यह उस बिन्दु पर गुरुत्वीय विभव जहाँ से वस्तु को फँका गया है पर निर्भर करता है। और यह विभव बिन्दु की ऊँचाई पर निर्भर करता है। अतः पलायन वेग इस तथ्यों पर निर्भर करता है।